**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Гильбертово пространство в задачах

Hilbert Space Problems

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 051581

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Излагается теория гильбертовых пространств в задачах и упражнениях. В качестве вспомогательного материала рассказываются основные теоремы функционального анализа в элементарном изложении. Для понимания достаточно знания математического анализа.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Математический анализ», «Топология».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: Топологии в гильбертовом пространства, Топологии в пространстве операторов, Свойства спектров различных операторов, Бесконечные матрицы.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных активных и интерактивных форм учебных занятий предполагается проведение практических занятий и самостоятельная работа с использованием методических материалов, которые представляют подробное изучение материала по соответствующим темам дисциплины. Самостоятельная работа предусматривает использование источников из списков основной и дополнительной литературы к курсу. Объём занятий в активных и интерактивных формах - 30 часов.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  | 30 | 2 |
|  |  |  |  | 10-25 |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1 | Слабая топология в гильбертовом пространстве | практические занятия | 68 |
| самост. работа по методическим материалам | 62 |
| 2 | Ограниченность и обратимость | практические занятия | 86 |
| самост. работа по методическим материалам | 82 |
| 3 | Спектры | практические занятия | 86 |
| самост. работа по методическим материалам | 82 |
| 4 | Сильная и слабая топологии в пространстве операторов | практические занятия | 81 |
| самост. работа по методическим материалам | 84 |
| 5 | Промежуточная аттестация | самостоятельная работа | 10 |
| зачет | 128 |
| **Итого** | | | **72** |

**Раздел 1: Слабая топология в гильбертовом пространстве.** Определение метрической и слабой топологий. Слабая непрерывность нормы и скалярного произведения. Слабая сепарабельность. Равномерная слабая сходимость. Слабая метризуемость единичного шара. Равномерная ограниченность. Принцип равномерной ограниченности. линейные функционалы в l^2.

**Раздел 2: Ограниченность и обратимость.** Ограниченность на базисах. Равномерная ограниченность линейных преобразований. Обратимые преобразования. Сохранение размерности. Проекторы одинакового ранга. Теорема о замкнутом графике. Неограниченные симметричные преобразования.

**Раздел 3: Спектры.** Спектры и сопряжение. Теорема об отображении спектров. Спектр произведения. Примеры разных спектров. Спектральный радиус. Непустота спектра. Норма и спектральный радиус взвешенного сдвига.

**Раздел 4: Сильная и слабая топологии в пространстве операторов.** Метрическое пространство операторов, равномерная топология. Другие топологии в пространстве операторов. Непрерывность нормы. Непрерывность сопряжения. Непрерывность умножения. Раздельная непрерывность умножения. Секвенциальная непрерывность умножения. Неубывающие последовательности эрмитовых операторов. Квадратные корни. Точная нижняя грань пары проекторов.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение практических занятий. Решение задач, рассказ решений у доски.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Решение задач, рассказ решений у доски.

Возможный список тем для задач:

1. Определение метрической и слабой топологий.
2. Слабая непрерывность нормы и скалярного произведения.
3. Слабая сепарабельность.
4. Равномерная слабая сходимость.
5. Слабая метризуемость единичного шара.
6. Равномерная ограниченность.
7. Принцип равномерной ограниченности.
8. Линейные функционалы в l^2.
9. Ограниченность на базисах.
10. Равномерная ограниченность линейных преобразований.
11. Обратимые преобразования.
12. Сохранение размерности.
13. Проекторы одинакового ранга.
14. Теорема о замкнутом графике.
15. Неограниченные симметричные преобразования.
16. Спектры и сопряжение.
17. Теорема об отображении спектров.
18. Спектр произведения.
19. Примеры разных спектров.
20. Спектральный радиус.
21. Непустота спектра.
22. Норма и спектральный радиус взвешенного сдвига.
23. Метрическое пространство операторов, равномерная топология.
24. Другие топологии в пространстве операторов.
25. Непрерывность нормы.
26. Непрерывность сопряжения.
27. Непрерывность умножения.
28. Раздельная непрерывность умножения.
29. Секвенциальная непрерывность умножения.
30. Неубывающие последовательности эрмитовых операторов.
31. Квадратные корни.
32. Точная нижняя грань пары проекторов.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Методика проведения зачета.

Зачет выставляется по итогам работы в течение семестра. В качестве проверки может быть выдана одна или несколько задач, разобранных на занятиях.

Примерный список тем для задач:

1. Определение метрической и слабой топологий.
2. Слабая непрерывность нормы и скалярного произведения.
3. Слабая сепарабельность.
4. Равномерная слабая сходимость.
5. Слабая метризуемость единичного шара.
6. Равномерная ограниченность.
7. Принцип равномерной ограниченности.
8. Линейные функционалы в l^2.
9. Ограниченность на базисах.
10. Равномерная ограниченность линейных преобразований.
11. Обратимые преобразования.
12. Сохранение размерности.
13. Проекторы одинакового ранга.
14. Теорема о замкнутом графике.
15. Неограниченные симметричные преобразования.
16. Спектры и сопряжение.
17. Теорема об отображении спектров.
18. Спектр произведения.
19. Примеры разных спектров.
20. Спектральный радиус.
21. Непустота спектра.
22. Норма и спектральный радиус взвешенного сдвига.
23. Метрическое пространство операторов, равномерная топология.
24. Другие топологии в пространстве операторов.
25. Непрерывность нормы.
26. Непрерывность сопряжения.
27. Непрерывность умножения.
28. Раздельная непрерывность умножения.
29. Секвенциальная непрерывность умножения.
30. Неубывающие последовательности эрмитовых операторов.
31. Квадратные корни.
32. Точная нижняя грань пары проекторов.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению занятий должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать группу в соответствии со списком учащихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Бахарев Ф. Основы функционального анализа. – СПб: Издательство СПбГУ, 2012.

2. Бирман М.Ш., Соломяк М.З. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. - Изд. 2. - СПб: Лань, 2010. - 464 с. – ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: https://proxy.library.spbu.ru:2385/book/635.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Халмош П. Гильбертово пространство в задачах. Перевод с английского И. Д. Новикова и Т. В. Соколовской; под ред. Р. А. Минлоса. — М.: «Мир», 1970. — 352 с.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не предусмотрены.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Бахарев Федор Львович, кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры математической физики, fbakharev@yandex.ru.